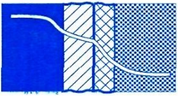
HIDROMEKANIKO KAJ VARMINTERŜANĜO en Esperanto

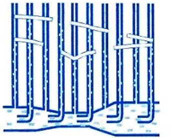
А.А. Шейпак



ГИДРОМЕХАНИКА И ТЕПЛООБМЕН

на эсперанто

(конспект лекций)



Москва

1999

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
MINISTERIO DE ĜENERALA KAJ FAKA EDUKADO de RUSIA FEDERACIO

МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ "РУТЕНИЯ"
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
INTERŜTATA UNIVERSITATO "RUTHENIA"
MOSKVA ŜTATA INDUSTRIA UNIVERSITATO

А. А. ШЕЙПАК

ГИДРОМЕХАНИКА И ТЕПЛООБМЕН

на эсперанто
(конспект лекций)

A. ŜEJPAK

HIDROMEKANIKO KAJ VARMINTERŜANĜO

en Esperanto
(resumo de lekcioj)

Al estimata sinjoro Ĉertilov
de aŭtoro

31.08.99

Москва 1999
Moskvo 1999

Настоящее пособие предназначено для студентов МГИУ, обучающихся по направлению бакалаврской подготовки 55.27.00 "Энергомашиностроение" и для студентов всех технических направлений, обучающихся в университете "Рутения".

Предполагается, что студенты предварительно изучали представленный материал на русском языке.

Эта дисциплина изучается студентами на четвёртом курсе после сдачи экзаменов по дисциплинам «Механика жидкости и газа» и «Термодинамика и тепломассообмен» на русском языке.

Рецензенты: Председатель НМС по теплотехнике, д.т.н., профессор Г.А.Дрейцер. Член президиума НМС по гидравлике, Председатель НМС по специальности 121100, д.т.н., профессор И.С.Шумилов

Редактор О.В.Дадаев

ЛР 020407 от 12.02.97.

Подписано к печати 22.06.99 Сдано в производство 23.06.99

Формат бум. 60x90/16 Бумага множ.

Усл. печ. л. 2,0 Уч.-изд. л. 2,25 Тем. план 1998 г., № 1-10

Тираж 120 Заказ № 244

Ротапринт МГИУ, 109280, Москва, Автозаводская, 16

1. La sistemo de la diferencialaj ekvacioj por mekaniko de fluidaĵoj

Fluidaĵo estas fizika medio, kiu ne havas propran formon. La fluidaĵoj povas esti likvaĵoj (akvo, benzino, vino, biero kaj tiel plu) kaj gasoj (aero, nitrogeno, hidrogeno, ...).

La fundamentaj diferencialaj ekvacioj de fluidaĵmekaniko estas :
la ekvacio de la kontinueco

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{\upsilon}) = 0 \qquad (1.1)$$

kaj la ekvacio de la movo en *Stokes* - *Navier* formo

$$\frac{\partial\vec{\upsilon}}{\partial t} + \vec{\upsilon}\cdot\nabla\vec{\upsilon} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} grad\ p + \nu\nabla^2\vec{\upsilon} + \frac{\nu}{3} grad\ div\ \vec{\upsilon} \qquad (1.2),$$

kie

ρ	- la specifa maso	[kg / m³]
t	- la tempo	[s]
$\vec{\upsilon}$	- la rapideco de la fluanta medio (ĝi estas vektoro)	[m / s]
p	- la premo	[N / m² = Pa]
μ	- la dinamika viskozeco	[Pa·s]
$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	- la kinematika viskozeco	[m²/c]
$\vec{F}$	- la specifa masa forto (ĝi estas vektoro)	[m²/s]

Se masa forto estas nur gravito, jen $\vec{F} = \vec{g}$ (la tera akcelo).

Por la nekunpremebla medio la ekvacio (1.1) pli simpliĝas, ĉar estas

$$div\ \vec{\upsilon} = 0 \qquad (1.3)$$

Laŭ tio validas

$$\frac{\partial\vec{\upsilon}}{\partial t} + \vec{\upsilon}\cdot\nabla\vec{\upsilon} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} grad\ p + \nu\nabla^2\vec{\upsilon} \qquad (1.4)$$

Por la ideala fluidaĵo la ekvacio (1.2) transformiĝas en la ekvacio de *Euler*

$$\frac{\partial\vec{\upsilon}}{\partial t} + \vec{\upsilon}\cdot\nabla\vec{\upsilon} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} grad\ p \qquad (1.5)$$

Oni povas integraligi tiun ĉi ekvacion por kelkaj variantoj. Ekzemple tialmaniere oni povas ricevi la ekvacion de *Bernoulli*

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{\upsilon^2}{2} = const \qquad (1.6)$$

por la konstantigita movo de likvaĵo kaj integralo de *Cauchy-Lagrange* por la malkonstantigita movo de likvaĵo

$$gz+\frac{p}{\rho}+\frac{\upsilon^2}{2}+\frac{\partial\varphi}{\partial t}=f(t) \qquad (1.7),$$

kie $\bar{\upsilon}=\operatorname{grad}\varphi$.

Por praktikaj celoj ekvacioj (1.6) kaj (1.7) transformiĝas tiel :

$$z_1 g+\frac{p_1}{\rho}+\frac{\upsilon_1^2}{2}=z_2 g+\frac{p_2}{\rho}+\frac{\upsilon_2^2}{2} \qquad (1.6a)$$

kaj

$$z_1 g+\frac{p_1}{\rho}+\frac{\upsilon_1^2}{2}=z_2 g+\frac{p_2}{\rho}+\frac{\upsilon_2^2}{2}+\int_1^2\frac{\partial\upsilon}{\partial t}dl \qquad (1.7a),$$

kie indeksoj «1» kaj «2» estas numeroj de lla komenca kaj la fina limoj de fluo.

La ekvacio (1.6) povas esti skribata je tri ekvivalentaj formoj:

$$gz+\frac{p}{\rho}+\frac{\upsilon^2}{2}=const \qquad (1.8)$$

$$z+\frac{p}{\rho g}+\frac{\upsilon^2}{2g}=H=const \qquad (1.9)$$

$$\rho gz+p+\rho\frac{\upsilon^2}{2}=const \qquad (1.10)$$

En tiuj ĉi ekvacioj

- H - la plena ortanto,
- z - la geometria ortanto,
- $\frac{p}{\rho g}$ - la prema ortanto,
- $\frac{\upsilon^2}{2g}$ - *la rapideca ortanto,*
- $z+\frac{p}{\rho g}$ - la hidrostatika ortanto,
- ρgz - la laŭpeza premo,
- $\rho\frac{\upsilon^2}{2}$ - la dinamika premo,
- $\rho gz+p+\rho\frac{\upsilon^2}{2}$ - la plena premo,
- gz - la specifa energio de la pozicio,
- $\frac{p}{\rho}$ - la specifa energio de la premo en la moviĝanta fluidaĵo,
- $\frac{\upsilon^2}{2}$ - la specifa kinetika energio,
- $gz+\frac{p}{\rho}+\frac{\upsilon^2}{2}=gH$ - la specifa plena mekanika energio de la moviĝanta likvaĵo,
- ρg - pezforto de volumenunuo.

2. Fundamentoj de hidrostatiko

Por malmova fluidaĵo ekvacion de *Euler* (1.2) oni povas transformigi al hidrostatikaj ekvacioj de *Euler*

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ F_y - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ F_z - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{aligned}\right| \tag{2.1}$$

aŭ je vektora formo

$$F - \frac{1}{\rho}\cdot grad\ p = 0 \tag{2.2}$$

Se $F = -grad\ \Phi$, ekvacio (2.2) povas esti integrata.

Tiam

$$grad\ \Phi + \frac{1}{\rho}\cdot grad\ p = 0 \tag{2.3}$$

Por nekunpremebla fluidaĵo ($\rho = const$) oni povas ricevi integralon de *Euler*

$$\Phi + \frac{p}{\rho} = const \tag{2.4}$$

El sistemo (2.1) ankaŭ sekvas, ke

$$\frac{1}{\rho}dp = F_x dx + F_y dy + F_z dz \tag{2.5}$$

Se $F_x = F_y = 0$ kaj $F_z = -g = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}$, oni povas skribi, ke

$$z + \frac{p}{\rho g} = const \tag{2.6}$$

Aŭ

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} = z + \frac{p}{\rho g} \tag{2.7}$$

kie z estas vertikala distanco inter iu horizontala plato kaj la konsiderata punkto.

Tiam

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z) = p_0 + \rho g h \tag{2.8}$$

kie $h = (z_0 - z)$.

Ekvacio (2.8) nomiĝas la baza leĝo de hidrostatiko.

Elementa forto de premo estas

$$dP = (p_0 + \rho g h)\,dA = p_0\,dA + \rho g h\,dA$$

Plena forto de premo estas

$$P = \int p\,dA \tag{2.9}$$

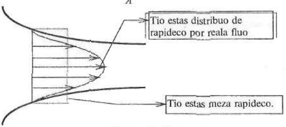
Se $p = const$, jen $P = pA$ (2.10).

3. Unudimensia modelo de realaj fluoj

Ĉiuj realaj fluoj estas tridimensiaj. La unudimensia fluo povas esti modelo de la ajnaj realaj fluoj.

Por la unudimensia fluo oni povas formuli konceptom de meza rapideco.

$$\bar{\upsilon} = \frac{\int \upsilon \, dA}{A} \tag{3.1}$$



Desegnaĵo 3.1
Unudimensia modelo de dudimensia fluo.

A - estas areo de la sekco kaj
υ - estas lokala rapideco
$\bar{\upsilon}$ - estas meza rapideco.

La ekvacio de konservado de maso sekvel estos

$$\upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2 = Q \tag{3.2}$$

por nekunpremebla fluidaĵo

kaj $$\rho_1 \upsilon_1 A_1 = \rho_2 \upsilon_2 A_2 = \dot{M} \tag{3.3}$$

por kunpremebla fluidaĵo.

Q Estas volumena elspezo,
$\dot{M}$ Estas masa elspezo,
ρ Estas denseco (meza specifa maso)

La ekvacio de *Bernoulli* por unudimensiaj fluoj povas esti skribata tiel:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{\upsilon_i^2}{2g} + \sum_{j=1}^{m} \zeta_j \frac{\upsilon_j^2}{2g} \tag{3.4}$$

i - numero de kanalo (aŭ tubo),
j - numero de la ĉi-loka hidraŭlika rezistanco,
n - la sumo de kanaloj kun la konstantaj diametroj,
m - la sumo de ĉi-lokaj hidraŭlikaj rezistancoj,
α_1 kaj α_2 - la koeficientoj de *Coriolis*,
λ_i - la koeficiento de *Darsi* aŭ koeficiento de la hidraŭlika froto,

ζ_j - la koeficiento de *Weisbach* aŭ la koeficiento de la ĉi-loka hidraŭlika rezistanco.

$\lambda_i \dfrac{l_i}{d_i}\dfrac{\upsilon_i^2}{2g}$ kaj $\zeta_j \dfrac{\upsilon_j^2}{2g}$ estas hidraŭlikaj perdoj - la frota kaj la ĉi-loka.

Koeficientoj α, λ, ζ estas funkcioj de *Reynolds-numero*

$$\mathrm{Re} = \frac{\upsilon d}{\nu} \tag{3.5}$$

Por la tempdependaj fluoj oni devas aldoni la komplekson $\mathrm{Le}\dfrac{d\upsilon_2}{dt}$ en la ekvacio (3.4), kie

$$\mathrm{Le} = \int_1^2 \frac{A_1}{A_2} dl \tag{3.6}$$

estas la inercia ortanto

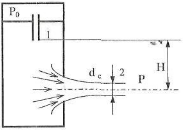
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \frac{l_i}{d_i}\frac{\upsilon_i^2}{2g} + \sum_{j=1}^{m} \zeta_j \frac{\upsilon_j^2}{2g} + \frac{\beta L_e}{g}\cdot\frac{d\upsilon_2}{dt} \tag{3.7}$$

β - estas koeficiento de *Boussinesq*.

4. Tri taskoj

4.1 Elfluo el aperturo kaj aperturtubo ĉe konstanta ortanto.

Aperturtubo estas mallonga tubo fiksata al ujo (cisterno) kun fluidaĵo. Aperturo en la maldika muro estas aperturtubo, kies longeco estas pli malgranda ol $0{,}25d$. Ni supozas ankaŭ, ke d estas gravege pli malgranda ol H.



Desegnaĵo 4.1
Elfluo el aperturo ĉe konstanta ortanto.

Ekvacio de *Bernoulli* por tiu ĉi okazo estas

$$H + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p}{\rho g} + \alpha\cdot\frac{\upsilon^2}{2g} + \zeta\cdot\frac{\upsilon^2}{2g} \tag{4.1}$$

Solvante tiun ĉi ekvacion, ni ricevas

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta}}\sqrt{2g\left(H+\frac{p_0-p_1}{\rho g}\right)} \qquad (4.2)$$

Ni starigas koeficienton de rapideco

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta}} \qquad (4.3)$$

kaj koeficienton de kunpremado (ŝpruco)

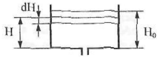
$$\varepsilon = \frac{A_c}{A} = \left(\frac{d_c}{d}\right)^2 \qquad (4.4).$$

Tiam grandecon de volumena elspezo oni povas elkalkuli per tiu formulo

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g(H+\frac{p_0-p_1}{\rho g})} \qquad (4.5),$$

kie $\mu = \varphi\varepsilon$ estas koeficiento de la elspezo. La koeficientoj $\varphi, \varepsilon, \mu$ dependas de la sorto de aperturtubo, Rejnolds-numero kaj iuj aliaj sendimensiaj numeroj. Ili difiniĝas kutime eksperimene.

4.2 Elfluo el iaperturtubo kaj aperturo ĉe varia ortanto.



Desegnaĵo 4.2
Malplenigo de ujo.

Por malrapida ŝanĝo de ortanto oni povas skribi

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gH} \qquad (4.6)$$

en ĉiun momenton de tempo.

Se oni difinas la aeron de ujo Ω , jen povas skribi, ke

$$\Omega\,\mathrm{d}H = -Q\mathrm{d}t \qquad (4.7).$$

Se $t = 0, H = H_0$. Fluo ĉesiĝas, kiam $H = 0$ (nulo).

Laŭ kondiĉo $\Omega = const, \mu = const$ oni povas facile ricevi la formulon por tempo de malplenigo de la ujo.

$$T = \frac{2\Omega\, H_0}{\mu \cdot A \cdot \sqrt{2gH_0}} \qquad (4.8)$$

Je ĝenerala okazo $\Omega = \Omega(H)$, kaj $\mu = f(\mathrm{Re}, Eu, We)$, oni devas solvi la integralon

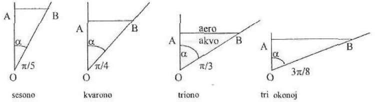
$$T = \int_{H}^{H_0} \frac{\Omega(H)\mathrm{d}H}{\mu \cdot A \cdot \sqrt{2gH}} \qquad (4.9)$$

numerale.

4.3 Minimuma momento de premforto.

4.3.1 La tasko

Sur la desegnaĵo estas montrata malfermita ujo kun akvo.



Desegnaĵo 4.3
Variantoj de solvo.

Difinu la angulon α, ĉe kiu momento de la premforto estos ekstremumo (minimuma aŭ maksimuma). Akvomaso estas konstanta en la ujo, ankaŭ la direkto de la linio OA estas konstanta. Sed la angulo α kaj la direkto de la linio OB estas varieblaj.
Ni havas kvar variantojn. La lernantoj devas elekti unu korektan respondon.

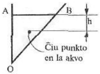
4.3.2 Aludo

La baza principo de hidrostatiko estas

$$p = p_0 + \rho g h \qquad (4.10),$$

kie

- p - premo en ĉiu punkto
- p_0 - premo sur la limo inter aero kaj akvo (AB)
- ρ - estas denseco
- g - estas egala al 9,81 m/s^2
- h - la longeco vertikale de la aero akvo-limo ĝis ĉiu punkto en la akvo.

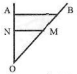


Desegnaĵo 4.4
Aludo por solvo.

4.3.3 Suflorajo

Ni supozu, ke la longeco de ujo je direkto, perpendikla al la ebenco de la desegnaĵo, egalas al unu.

La forto, efikanta sur la ebenon, estas egala al la produto de la longeco de OB kaj la grandeco de la premo en la horizontala ebeno NM, krome (ĉe tio) ON = NA kaj OM = MB.



Desegnaĵo 4.5
Suflorajo por solvo.

4.3.4 Solvo

Mi signu OB tra l

Tiam la momento de la premforto estas egala

$$M = \underbrace{\left(\frac{1}{2}\rho g l \cos\alpha\right)}_{\text{premo}} \cdot \underbrace{(l)}_{\text{aero}} \cdot \underbrace{\left(\frac{l}{3}\right)}_{\text{ŝultro de forto}} \qquad (4.11)$$

Por kondiĉo de konstanteco de akvomaso rezultiĝas konstantecon de aero de la triangulo AOB:

$$A = \frac{1}{2} \cdot l^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = const \qquad (4.12).$$

Tiam $$l^3 = \frac{(2A)^{3/2}}{(\sin\alpha)^{3/2} \cdot (\cos\alpha)^{3/2}} \qquad (4.13).$$

Sekve $$M = \frac{1}{6}\rho g (2A)^{3/2} (\sin\alpha)^{-3/2} \cdot (\cos\alpha)^{-1/2} \qquad (4.14).$$

Minimumo laŭ α la esprimo por la momento koincidas kun la minimumo de la funkcio

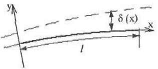
$$f(\alpha) = (\sin\alpha)^{-3/2} \cdot (\cos\alpha)^{-1/2} \qquad (4.15)$$

El kondiĉo $df(\alpha)/d\alpha = 0$ (derivaĵo estas egala al nulo) oni ricevas $\mathrm{tg}\,\alpha = \sqrt{3}$ kaj $\alpha = \pi/3$.

5. Diferencialaj ekvacioj por fluo en la maldika tavolo

5.1 Bazaj ekvacioj

Ni supozas, ke fluo okazas en la maldika tavolo (la tavolo estas sorto de kanalo).



Desegnaĵo 5.1
Fluo en la maldika tavolo.

Malsupra limo de la tavolo estas nepenetrebla por fluidaĵo, supra (streklinia) limo estas limo inter fluo en la maldika tavolo kaj fluo ekster tavolo en alia parto de la fluidaĵo, en kiu viskozeco estas egalo al nulo. La supra limo povas esti ankaŭ moviĝema nepenetrebla muro. Ambaŭ limoj havas grandajn radiusojn de kurbeco. Koordinata akso «x» estas malsupra linio, koordinata akso «y» estas perpendikla al akso «x». l - estas skalo de longeco de tavolo, δ - estas meza dikeco de la tavolo, δ / l - estas malgranda sendimensia parametro.

Se la masaj fortoj estas pli malgrandaj ol la surfacaj (supraĵaj), jen ekvacion de *Navier-Stokes* por nia tasko oni povas skribi tiel:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \upsilon_x}{\partial t}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\cdot\left(\frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial y^2}\right)\\
&\frac{\partial \upsilon_y}{\partial t}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\cdot\left(\frac{\partial^2 \upsilon_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \upsilon_y}{\partial y^2}\right)\\
&\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}=0
\end{aligned}\qquad(5.1)$$

Ekzistas du ĉefaj variantoj de la fluo en la maldika tavolo.
La unua varianto estas:

$$\mathrm{Sh}\sim 1, \mathrm{Eu}\sim 1, \mathrm{Re}\sim 1/\varepsilon^2$$

Mi memorigas:

$\mathrm{Sh}=\frac{l}{\upsilon T}$, kreterio aŭ nombro de *Strouhal* estas grandeco, proporcia al rilato de lokala akcelo kaj konvekcia akcelo,

$\mathrm{Eu}=\frac{p_0}{\rho\upsilon^2}$, kriterio aŭ nombro de *Euler* estas grandeco, proporcia al rilato de premo forto kaj inercia forto.

$\mathrm{Re} = \frac{\upsilon l}{\nu}$, kriterio aŭ nombro de *Reynolds* estas grandeco, proporcia al rilato de inercia forto kaj viskozeca forto.

Por tiu ĉi varianto oni povas ricevi la sistemon de ekvacioj de la lima tavolo, kiuj estis unuafoje de *Prandtl* (1908) ricevitaj.

$$\frac{\partial \upsilon_x}{\partial t} + \upsilon_x \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial y^2} \tag{5.2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} = 0$$

La limaj kondiĉoj por sistemo estas:

1) $y = 0, \upsilon_x = 0, \upsilon_y = 0$ - la kondiĉoj de algluiĝo;

2) $y = (\delta), \upsilon_x = \upsilon_0$ - la kondiĉo de seninterrompo de rapideco;

3) $y = \delta(x), \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} = 0$ - la kondiĉo de seninterrompo de tanĝaj streĉoj.

La dua varianto estas: $\mathrm{Sh} \sim 1$, $\mathrm{Eu} \sim \frac{1}{\varepsilon}$, $\mathrm{Re} \sim \frac{1}{\varepsilon}$.

Por tiu ĉi varianto oni povas ricevi sistemon de ekvacioj por la lubrikada tavolo, kiujn estis unuafoje de *Reynolds* ricevitaj (1886)

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \cdot \frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial y^2} \tag{5.3}$$

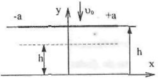
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} = 0$$

La limaj kondiĉoj estas kondiĉoj de algluiĝo, ĉar ambaŭ limoj estas solidaj muroj.

5.2 La hidromekanika modelo de la apog-lagro

Ni konsideros la movon de la plato kun koordinatoj $x = \pm a$ vertikale suben (malsupren).



Desegnaĵo 5.2
Modelo de la apog-lagro.

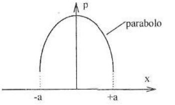
La rapideco υ_0 povas esti konstanto aŭ funkcio de la tempo.
La limaj kondiĉoj por tiu ĉi tasko estas:
1) $y = 0, \quad \upsilon_x = 0, \quad \upsilon_y = 0$;
2) $y = h, \quad \upsilon_x = 0, \quad \upsilon_y = -\upsilon$;
3) $x = \pm a, \quad p = p_0, \quad x = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0$ - la kondiĉo de simetrio.
Oni povas facile trovi la solvon de la tasko. Por premo ĝi estas

$$p = p_0 + \frac{6\upsilon\mu}{h^3}(a^2 - x^2) \tag{5.4}$$

Por la komponentoj de rapideco ĝi estas

$$\upsilon_x = -\frac{6\upsilon}{h^3}xy(x-h) \tag{5.5}$$

$$\upsilon_y = \frac{6\upsilon}{h^3}\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^2 h}{2}\right)$$

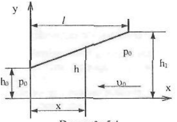


Desegnaĵo 5.3
Distribuo de la premo en la apog-largo.

Se $h \to 0, \ \upsilon_x \to \infty$. Tio estas paradokso. Kiu povas solvi la taskon sen la paradokso? Li aŭ ŝi plenumos studkontrolon.

5.3 La hidromekanika modelo de la glitad-lagro

La plej simpla hidromekanika modelo de la glitad-lagro estas du malparalelaj ebenoj. La malsupra ebeno moviĝas en la direkton de la negativa akso «x» kun la konstanta rapideco υ_0.



Desegnaĵo 5.4
Modelo de la glitad-lagro.

La limaj kondiĉoj por tiu ĉi tasko estas:

1) $y=0,\quad \upsilon_x=-\upsilon_0,\quad \upsilon_y=0$;

2) $y=h,\quad \upsilon_x=0,\quad \upsilon_y=0$;

3) $x=0$ kaj $x=l$ (aŭ $h=h_0$ kaj $h=h_1$, respektive), $p=p_0$.

La solvo de la taskoj por projekcio de la rapideco al la akso «x» estas

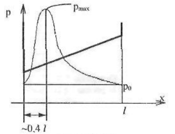
$$\upsilon_x=\frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}y(y-h)-\upsilon_0\left(1-\frac{y}{h}\right) \tag{5.6}$$

La solvo de la taskoj por premo estas

$$p=p_0+\frac{6\mu\upsilon_0 l}{kh_0^2}\left[\frac{l}{l+kx}-\frac{1}{2+k}-\frac{1+k}{2+k}\frac{l^2}{(l+kx)^2}\right] \tag{5.7},$$

kie $k=\dfrac{h_1-h_0}{h_0}$.

La distribuo de la premo estas montrata en desegnaĵo 5.5 :



Desegnaĵo 5.5

Distribuo de la premo en la glitad-lagro.

Forto de premo estas $P=K_p\mu\upsilon_0\dfrac{l^2b}{h_0^2}$. Forto de froto $T=K_T\mu\upsilon_0\dfrac{lb}{h}$.

La maksimuma grando $K_T\approx 0.16$, tiam $K_T\cong 0.75$. Tial P povas esti pli granda ol T.

6. Fundamentoj de termodinamiko

Termodinamiko estas scienca fako, pritraktanta aliĝojn kaj ŝanĝojn de diversaj energispecoj. Ĝi apogas sin sur la du fundamentajn teoremojn:

1) sur la unuan termodinamikan teoremon, kiu esprimas la principon pri la konservado de energio;
2) sur la duan termodinamikan teoremon, kiu pritraktas kondiĉojn, dum kiuj la varmo ŝanĝiĝas en aliajn specojn de energio.

Matematike oni povas la unuan teoremon esprimi jene:

$$U - U_0 = Q + L \qquad (6.1)$$

U_0 - la komenca ena energio,
U - la fina ena energio,
Q - la aldonita (forprenita) varmo,
L - la aldonit laboro (forprenita).

La diferenco de enaj energioj $U - U_0$ estas indikita en ĵuloj [J̄]. La ena energio estas la funkcio de stataj grandoj kaj ĝi mem estas la stata grando.

Oni povas la ekvacion esprimantan rilaton inter grandoj laŭ la unua termodinamika teoremo skribi ankaŭ jene:

$$dQ = dU + dL \qquad [\bar{J}] \qquad (6.2)$$

aŭ por la multo de 1 kg:

$$dq = du + dl \qquad [\bar{J}/kg] \qquad (6.3)$$

$+du$ - la pligrandiĝo de la ena energio,
$-du$ - la maplilgrandiĝo de la ena energio.

Por ideala gaso (la stata ekvacio $pV = \frac{m}{M} RT$) la ena energio estas funkcio nur de temperaturo

$$u = f(T); \quad du = c_V dT \qquad (6.4)$$

kie c_V - specifa varmo dum la konstanta volumeno. Se la laboro estas nur volumena laboro de gaso, oni povas skribi ekvacion (6.3) jene .

$$dq = du + p d\upsilon \qquad (6.5)$$

kie υ estas specifa volumeno.

Kiam oni anstataŭas en la ekvacio (6.4) la produton pdv, el la diferenciala stata ekvacio oni ricevas:

$$dq = c_p dT - \upsilon dp \qquad (6.6)$$

Ĉi tiu ekvacio alkondukas al la plua stata funkcio - entalpio

$$di = c_p dT \qquad (6.7)$$

kie c_p - specifa varmo dum la konstanta premo.

Mi memorigas, ke $c_p - c_V = R$,

$\int p d\upsilon$ - la volumena laboro,

$-\int \upsilon dp$ - la teknika laboro.

La sencon de la dua termodinamika teoremo sendepende malkovris rimarkindaj fizikistoj kaj difinis ĝin diversmaniere.

Ekzemple *Clausius* skribis:

"La varmo ne povas de si mem transiri el la pli malvarma korpo en la pli varman korpon."

La ĝenerala matematika esprimo por la dua termodinamika teoremo, kiun oni povas en la rilato al izolitaj sistemoj nomi la principo de la kpesko de entropio, estas:

$$ds \geq 0 \qquad (6.8),$$

kie $$ds = \frac{dq}{T}, S = \frac{dQ}{T} \qquad (6.9.)$$

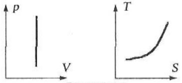
La malegalsigno validas por neinversaj procezoj kaj la egalsigno por la inversaj. La diferencialo de la entropio estas la totala diferencialo. Por inversaj cikloj estas $\oint \frac{dq}{T} = 0$.

7. Fundamentaj inversaj procezoj de ideala gaso.

La inversa procezo estas tia ŝanĝiĝo, en kiu la sistemo trapasas nur ekvilibrajn statojn. La procezo efektiviĝas senfine malrapide. La gaso aŭ fluido estas sen ena kaj ekstera frotado.

La fundamentaj termodinamikaj procezoj estas:

1. La izoĥora procezo - procezo dum la konstanta volumeno (egalvolumena procezo).

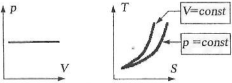


Desegnaĵo 7.1
Izoĥora procezo.

$$V = const, \quad dV = 0$$

Laŭ la stata ekvacio por la izoĥora procezo $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$.

2. La izobara procezo - procezo dum la konstanta premo (egalprema procezo).



Desegnaĵo 7.2
Izobara procezo.

$$dp = 0$$

Laŭ la stata ekvacio $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$.

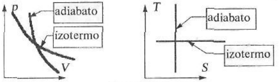
3. La isoterma procezo - procezo dum la konstanta temperaturo (egaltemperatura procezo).

Desegnaĵo 7.3
Izoterma procezo.

$$T = const, \quad dT = 0, \quad p_1V_1 = p_2V_2 = pV = const$$

(*Boyle-Mariotte leĝo*)

4. La adiabato procezo - procezo sen alkonduko aŭ forkonduko de la varmo (senvarminterŝanĝa procezo).



Desegnaĵo 7.4
Adiabata procezo.

$$pV^{\chi} = const, \quad \chi = \frac{c_p}{c_V}, \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\chi-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}$$

La komparo de proceztendencoj de izoterma kaj adiabata kurboj estas grava.

5. La politropa procezo - procezo difinita per la rilato.

$$pV^n = const$$

Oni povas facile vidi, ke
izobaro estas politropo kun $n = 0$;
izoĥoro estas politropo kun $n = \infty$;
izotermo estas politropo kun $n = 1$;
adiabato estas politropo kun $n = \chi = \frac{c_p}{c_V}$.

La varmciklo estas la komplekso de kelkaj sinsekvaj procezoj, post kies realigo de la labormaterio denove atingas sian komencan elirpunkton.

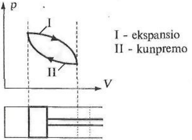
La senco de la varmciklo estas en la gajnado de laboro malprofite de varmo, aŭ dum la mala kaj rea procezciklo ĝi estas en la gajnado de varmo malprofite de laboro.

Carnot la unua ekkomprenis la sencon de la varmcikloj (en la jaro 1824). Kiam la ciklo realiĝas en la cirkuldirekto de horloĝmontriloj, tiam la suma laboro de la tuta ciklo estas ĉiam pozitiva. Laŭ la unua termodinamika teoremo validas la fundamenta ekvacio en la sekva formo:

$$\oint dq = \oint du + \oint p\,dv \qquad (7.1),$$

kie $\oint$ - la integralo por la tuba fermita ciklo.

Kiam la labormaterio revenas en sian komencan elirpunkton, tiam la tuta ŝanĝiĝo de la ena energio egalos al nulo: $\oint du = 0$



Desegnaĵo 7.5
Rekta ciklo.

Tiam $$l_0 = q_1 - |q_2| \qquad (7.2)$$

q_1 - la sumo de ĉiuj alkondukitaj varmoj al unu kilogramo da labormaterio,

q_2 - la sumo de ĉiuj forkondukitaj varmoj de unu kilogramo da labormaterio,

l_0 - la specifa laboro, la laboro de unu kilogramo da labormaterio dum unu ciklo.

La proporcio de la varmo, eluzita por la ŝanĝo en la mekanikan laboron al la alkondukita varmo servas por la valorigo de la varmŝanĝa ŝparemo. Oni nomas ĝin - varmefikeco:

$$\eta_t = \frac{q_1 - |q_2|}{q_1} = \frac{l_0}{q_1} = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} \quad (7.3).$$

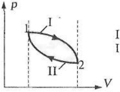
Oni povas ankaŭ el la konata efikeco kaj el la alkondukita varmo elkalkuli la laboron de unu ciklo:

$$l_0 = \eta_t q_1 \quad (7.4),$$

kie q_1 - la alkondukita varmo por unu kilogramo da labormaterio dum unu ciklo [Ĵ/kg],

l_0 - la laboro de unu kilogramo de labormaterio efektivigita dum unu ciklo [Ĵ/kg].

Kiam oni realigas ciklon en la rea direkto, tiam la ekspansia laboro estas pli malgranda ol la kunprema.



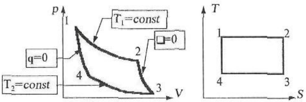
I - ekspansio
II - kunpremo

Desegnaĵo 7.6
Rea ciklo.

La kunprema kurbo en ĉi tiu kazo kuŝas super la kurbo de la ekspansio. La ciklo realiĝas kontraŭ la cirkuldirekto de horloĝmontriloj desegnite en la $p-V$ diagramo. Ĝia laboro estas negativa, tio signifas ke oni devas ĝin al la maŝino aldoni. Oni nomas la ciklojn de ĉi tiu speco - reaj cikloj.

La ciklo de *Carnot*

La ciklo de *Carnot* konsistas de du izotermaj kaj du adiabataj procezoj. Ĝi estas ideala ciklo, ĉar ĝiaj procezoj estas nur idealaj kaj samtempe ankaŭ limaj kaj ekstremaj procezoj. La realigo de ĉi tiu ideala ciklo supozas du varmprovizujojn, kies temperaturoj T_1 kaj T_2 dum la tuta ciklo ne aliiĝas



Desegnaĵo 7.7
Ciklo de Carnot.

La varmefikeco de la ciklo de *Carnot* estas:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{7.5}$$

La varmefikeco de la ciklo de *Carnot* kun la ideala gaso dependas nur de la absolutaj temperaturoj, inter kiuj la ciklo realiĝas. Ĝi ne dependas de la materio uzita en la ciklo.

La ciklo de *Carnot* havas la plej grandan efikecon. Ĉiu alia ciklo realiĝanta inter la sama du temperaturoj (maksimuma kaj minimuma) devas havi pli malgrandan varmefikecon. Tiel servas la ciklo de *Carnot* kiel la kompara ciklo.

Ekzistas ankaŭ la rea ciklo de *Carnot*.

Por malvarmigejo ekzistas $\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$, la malvarmiga koeficiento.

Por varma pumpilo ekzistas $\varphi = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$, la hejtada koeficiento.

8. Fundamentoj de la varminterŝanĝo.

8.1 La fundamentaj difinoj.

La varminterŝanĝo okazas, kiam varmo estas transdonata inter korpoj aŭ materioj. La procezefikeco de varminterŝanĝo estas grava precipe en la praktiko por konstruado de varmaj maŝinoj kaj varminterŝanĝiloj.

Oni diferencigas tri specojn de varminterŝanĝo:

1. La varminterŝanĝo per kondukado, kiu okazas en solidaj materioj aŭ en likvaĵoj kaj gasoj, kiam ili estas en komplekta kvieto.
2. La varminterŝanĝo per fluado, kiu okazas en moviĝantaj likvaĵoj aŭ gasoj. Ilia movo estas aŭ natura aŭ deviga. Oni nomas tiun specon de

varmintersanĝo natura aŭ deviga konvekciado(aŭ konvekcia varmintersanĝo).

3. La varmintersanĝo per radiado, kiu okazas inter korpoj aŭ materioj separitaj de si per travarmigeblaj medioj.

Nur tre malofte okazas unu speco de la varmintersanĝo. Kutime procedas du aŭ ĉiuj tri specoj samtempe.

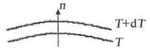
8.2 La varmintersanĝo per la kondukado.

Kiam okazas varmkondukado, oni bezonas difini dependecon inter varmfluo kaj la temperaturkampo en la konsiderata sistemo.

$$T = f(x,y,z,t) \qquad (8.1),$$

kie x,y,z - la kartezaj koordinatoj de la konsiderata punkto, t - la tempo.

Grafike oni bildigas la temperaturkampon helpe de izotermaj - egaltemperaturaj surfacoj. Ili formas geometrian lokon de punktoj de la egala temperaturo.



Desegnaĵo 8.1
Difino de temperaturgradianto.

Temperaturgradianto estas vektoro, kiu priskribas la skalaran temperaturkampon.

$$grad\ T = \bar{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial T}{\partial z} \qquad (8.2)$$

por la kartezaj koordinatoj.

Por la unudimensia varmfluo

$$grad\ T = \lim_{\Delta n \to 0}\left(\frac{\Delta T}{\Delta n}\right) = \frac{\partial T}{\partial n} \qquad (8.3)$$

Tiam por la vektoro de denseco de la varmfluo aŭ specifa varmfluo validas la ekvacio de *Fourier*:

$$\bar{q} = -\lambda\ grad\ T \qquad [W/m^2] \qquad (8.4)$$

La minuso en ĉi tiu ekvacio esprimas la reciproke malan sencon de la vektoroj de la varmfluo kaj de la temperaturgradianto.

Por la varmo, kiu trairas la elementan izoterman areon dA dum la tempero dt egalas:

$$d^2\bar{Q} = +\bar{q}dAdt \qquad [J] \tag{8.5}$$

La koeficiento λ [W/m·K] estas nomata la koeficiento de la varmkondukeco. Ĝi estas karakteriza fizika grando. La koeficiento de la varmkondukeco por izotropaj materioj estas la funkcio de la temperaturo kaj de la premo (nur por la gasoj). La kristalaj materialoj havas la valorojn λ diversajn laŭ la direkto de la kristaliĝaj aksoj. La valorojn de la koeficientoj λ por metaloj troviĝas en diapazono de 20 ĝis 400 W/m·K, por likvaĵoj de 0,1 ĝis 0,3 (sed por akvo 0,6-0,7), por gasoj de 0,03 ĝis 0,09 (sed por hidrogeno kaj helio de 0,2 ĝis 0,3).

Por teknikaj kalkuloj oni supozas, ke la koeficientoj de la varmkondukeco estas konstantaj en tiom larĝa intervalo kiom nur estas ebla.

La diferenciala ekvacio de la varmkonduko estas.

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) + Q^{\bullet} \tag{8.6}$$

Ĝenerale la grandoj c, λ, kaj ρ estas dependaj funkcioj:

$$\lambda = f_1(x,y,z,t),\ c = f_2(x,y,z,t),\ \rho = f_3(x,y,z,t).$$

Sed oni povas ilin por certaj intervaloj konsideri kun sufiĉe granda precizeco kiel konstantajn. Kaj pro tio la ekvacio (8.6) povas ricevi la sekvan formon:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{Q^{\bullet}}{c\rho} \quad \text{aŭ} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a\nabla^2 T + \frac{Q^{\bullet}}{c\rho} \tag{8.7}$$

kie

$Q^{\bullet}(x,y,z,t)$ - la varmo de ena fonto [W/m³],

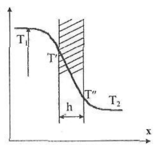
$a = \frac{\lambda}{c\rho}$ - la koeficiento de la varmtransporto,

$\nabla^2 \equiv \Delta$ - la operatoro de *Laplace*.

Kiam estas la procezo sen iu ena varmfonto $Q^{\bullet} = 0$, *oni ricevas la* diferencialan ekvacion de la varmkonduko de *Fourier*.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\nabla^2 T \tag{8.8}$$

Ekzemplo de la varmkonduko: la konstantigita varmkonduko tra unu talovo kaj tra kelktavolaj vandoj.



Desegnaĵo 8.2
Varmtransdono tra la maldika vando.

Oni konsideras pri ebena vando, kies dikeco estas rimarkinde pli malgranda ol la dimesioj de ĝia surfaca areo. Sur unu flankon de la *vando influas la ĉirkaŭaĵo kun la temperaturo T_1. Kaj sur la alian flankon* la ĉirkaŭaĵo kun la temperaturo T_2. Oni havas la taskon difini la distribuon de la temperaturoj en la vando kaj varmfluon tra ĝi.

Por la unudimensia varmkonduko tra la vando kun la konstanta koeficiento de la varmkondukeco validas la diferenciala ekvacio de la konstantigita varmkonduko:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \tag{8.9}$$

Kies integralo havas la sekvan formon

$$T = c_1 x + c_2 \tag{8.10}$$

Por diversaj limaj kondiĉoj ni havas diversajn formojn de ekvacio (8.10).
Limaj kondiĉoj de unua speco:

$$T(x) = T' - (T' - T'')\frac{x}{l} \tag{8.10a}$$

limaj kondiĉoj de dua speco

$$T(x) = T' - \frac{q}{\lambda}x \tag{8.10b}$$

limaj kondiĉoj de tria speco

$$T(x) = T' - \frac{q}{\alpha_1} - \left(T_1 - T_2 - \frac{q}{\alpha_1} - \frac{q}{\alpha_2}\right)\frac{x}{l} \tag{8.10c}$$

kie α_1 kaj α_2 - koeficientoj de varmredono (varmfordono).

Por specifa varmfluo validas

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{h}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \tag{8.11}$$

Se $\alpha_1 \to \infty$ kaj $\alpha_2 \to \infty$, jen $T_1 \to T'$ kaj $T_2 \to T''$ kaj

$$q = \frac{\lambda}{h}(T' - T'') \qquad (8.12)$$

Por la tuta areo de la vando A validas

$$\dot{Q} = \frac{A(T_1 - T_2)}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{h}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \qquad (8.13)$$

Kiam vando konsistas el pluraj tavoloj la ekvacio (8.11) ekhavas la sekvan formon

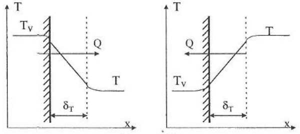
$$q = k(T_1 - T_2) \qquad (8.14)$$

kie $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{h_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$ estas koeficiento de la varmtransdono de la plurtavola vando.

8.3 La konvekcia varminterŝanĝo

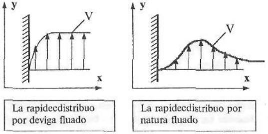
La varminterŝanĝo inter likva aŭ gasa medioj kaj solida surfaco estas tre komplika procezo. Dum ĉi tiu procezo okazas la movo de fluidaĵo (likvaĵo aŭ gaso), kiu estas malfacile matematike esprimebla.

La movo de la fluidaĵo povas esti kaŭzata helpe de iu maŝino. Tiukaze oni parolas pri la deviga fluado. Sed ĝi povas ekesti ankaŭ per la diferenco de la specifaj pezoj en diversaj lokoj de la fluidaĵo, kaŭzita per la temperaturaj diversecoj de fluanta maso. Oni nomas ĝin la natura fluado.



Desegnaĵo 8.3
Temperaturdistribuo por konvekcia varminterŝanĝo.

La ŝanĝo de temperaturo en la fluado okazas ĉefe en la maldika tavolo δ_T. Ĝi estas nomata la varmlima tavolo. La valoro de la varmlima tavolo povas esti malegala al dinamika lima tavolo δ_D (ĉapitro 5). Distribuo de rapideco en la dinamika lima tavola por deviga fluado kaj natura fluado havas diversajn karakteron.



Desegnaĵo 8.4
Rapidecdistribuo por konvekcia varminterŝanĝo.

La varmfluo en vandon aŭ el vando oni povas esprimi per la dependeco de surfacareo A kaj temperaturdiferenco $\Delta T = T_V - T$. Oni nomas ĝin la rilato aŭ la leĝo de Newton:

$$Q = \alpha A\left|T_V - T\right| \quad [\mathrm{W}] \tag{8.15}$$

Se $T_V > T$, jen $$Q = \alpha A\left(T_V - T\right) \tag{8.15a}$$

se $T_V < T$, jen $$Q = \alpha A\left(T - T_V\right) \tag{8.15b}$$

α estas koeficiento de la konvekcia varmfluo. Estus tre simpla, se oni konus la numeran valoron de la koeficiento por varmredono α. Sed bedaŭrinde, ĝia valoro dependas de nombraj ŝanĝiĝantaj grandoj. Do, koeficiento de la varmredono ne estas fizika karaktera valoro kiel koeficiento de la varmkonduko λ.

Ekzemple por la natura konvekcia varminterŝanĝo en gasoj tiu ĉi koeficiento troviĝas en diapazono α=5-25, por la deviga konvekcia varminterŝanĝo en diapazono α=10-200, por la natura konvekcia varminterŝanĝo en akvo α=20-100, por la deviga konvekcia *varminterŝanĝo en akvo* α=*50-10000* [$W/m^2 \cdot K$].

La fundamenta ekvacio por la varmkonduko en la izotropa mova medio estas esprimita per la ekvacio

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}\left(\nabla \vec{V}\right) = a\nabla^2 T + \frac{Q^{\cdot}}{c\rho} \tag{8.16a}$$

Se varmo laŭ la ena froto en fluidaĵo havas la grandan valoron, jen en ekvacio oni bezonas aldoni ĝin, per $\frac{\mu\Phi}{\rho c}$, kie Φ (disipativa funkcio) estas

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}\right) \quad (8.16b)$$

Φ - estas disipacia funkcio.
Kune kun la stata ekvacio kaj ekvacioj de hidromekaniko ĝi formas la fermitan sistemon.

Al la menciita sistemo de - ekvacioj estas necesa ankoraŭ alvicigi la ekvaciojn de *Fourier* kaj *Newton* en la lima tavolo de la fluidaĵo:

$$q = -\lambda \; grad \; T = \alpha\left(T_V - T\right) \quad (8.17)$$

Oni povas uzi la eksperimentan metodon por solvo de la varminterŝanĝtaskoj surbaze de la teorio de la simileco.

Ni ricevis kelkajn numerojn de simileco por hidromekanikaj procezoj (vidu ĉapitro 5). Oni povas skribi ankaŭ numerojn aŭ kriteriojn de simeleco por la varminterŝanĝaj procezoj.

La numero aŭ kriterio de *Nusselt* karakterizas la intensecon de *varmfluo tra la lima tavolo*

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad (8.18)$$

La numero de *Fourier* karakterizas la kondiĉojn de la nekonstantigita varminterŝanĝo

$$\mathrm{Fo} = \frac{at}{L^2} \quad (8.19)$$

La numero aŭ kriterio de *Peclet*, karakterizas la proporcion de la varmkondukaj kaj perfluadaj varminterŝanĝaj varmfluoj

$$\mathrm{Pe} = \frac{\upsilon L}{a} = \frac{\upsilon L}{\nu} \cdot \frac{\nu}{a} = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} \quad (8.20)$$

La numero aŭ kriterio de *Prandtl* karakterizas fizikajn ecojn de la fluidaĵo

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu c \rho}{\lambda} = \frac{\mu c}{\lambda} \quad (8.20)$$

La dikeco de temperatura lima tavolo estas $\delta_T = \frac{\delta_D}{\sqrt{\mathrm{Pr}}}$, kie δ_D estas *dikeco de dinamika lima tavolo. Por kutimaj likvaĵoj (akvo, nafto, alko)* $\delta_T < \delta_D$, por gasoj $\delta_T \approx \delta_D$, por likvaj metaloj $\delta_T > \delta_D$.

La numero aŭ kriterio de *Grashof* karakterizas la rilaton de levofortoj kaj frotaj fortoj. Ĝi estas grava precipe por la varminterŝanĝoj dum la natura fluado.

$$Gr = \frac{gL^3\rho g\Delta T}{\nu^2} \qquad (8.22)$$

Por la numero aŭ kriterio de *Nusselt* validas la sekvaj rilatoj:

$$\mathrm{Nu} = f_1(\mathrm{Fo}, \mathrm{Re}, \mathrm{Pe}, \mathrm{Gr}) \text{ aŭ } \mathrm{Nu} = f_2(\mathrm{Fo}, \mathrm{Re}, \mathrm{Pe}, \mathrm{Gr}) \qquad (8.23)$$

8.4 La varmintersanĝo per radiado

Radiado estas la varmintersanĝo inter materioj, kiuj estas karakterizataj tial, kial ĝi okazas sen iu peranta medio. Ĝi realiĝas eĉ en la vakua spaco. Radiado havas samtempe la ondan kaj korpusklan karakterojn.

La specifa radiada varmfluo de la absoluta nigra korpo dum la absoluta temperaturo T [K] difinas la leĝon de *Stefan* kaj *Boltzmann*

$$q = \sigma_1 T^4 \qquad (8.24),$$

kie la valoro $\sigma_D = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K^4}\right]$ estas konstanta por la absoluta nigra korpo σ.

Por du korpoj suma specifa radiada varmfluo estos

$$q = \sigma_0 \left(T_1^4 - T_2^4\right) \qquad (8.25).$$

Por la grizaj korpoj validas ekvacio

$$q = \sigma_0 \varepsilon T^4 \qquad (8.26),$$

kie $\varepsilon < 1$ estas grado de nigreco.

9. Bazaj scioj pri hidraŭlikaj maŝinoj.

Hidraŭlikaj maŝinoj oni nomas mekanismojn, kiuj faras mekanikajn movojn por transformo de energio, materialoj kaj informo, kiuj uzas kiel labora korpo fluidaĵojn. Laŭ konstruo kaj agprincipo (okaze de la sama destino) al hidraŭlikaj maŝinoj similas gasaj kaj pneŭmatikaj maŝinoj, uzantaj kiel labora korpo gasojn. Fundamentojn de gasmaŝinteorio oni traktas en teknika termodinamiko.

Depende de dominanta tipo de la transformo oni diferencigas tri tipojn de maŝinoj: energetikaj, laboraj kaj informaciaj.

Energetikaj maŝinoj, destinitaj transformi ajnajn tipojn de energio (por hidraŭlikaj - potenciala kaj kinetika fluidaĵenergio en la mekanikan, - nomiĝas maŝinoj-moviloj).

Laboraj maŝinoj subdividiĝas je teknologiaj kaj transportaj. En teknologiaj maŝinoj okazas ŝanĝoj de la formo, ecoj kaj konsistoj de prilaborata aĵo, kiu estas en solida, likva kaj gasa stato. En transportaj maŝinoj transformiĝo konsistas nur el pozicîŝanĝo de translokata aĵo.

Informaj maŝinoj estas destinitaj por transformado de informo, se la informo estas prezentita en cifera formo, la maŝino nomiĝas kalkulanta. Ni rimarku, ke la elektrona kalkulanta maŝino, pli precize, ne estas maŝino, ĉar en ĝi mekanikaj movoj servas nur por plenumado de helpaj operacioj. Nomo maŝinon por EKM estas lasita siavice por kalkulantaj maŝinoj, laŭ tipo de aritmometro.

Laŭ la soveta ŝtata standardo 17398-72 maŝino por translokado de likva medio nomiĝas pumpilo. Pliprecizante la nocion, ni nomu pumpilo mekanismon por premanta translokado de likva medio pere de transdonita al ĝi mekanika energio.

Laboraj pumpilorganoj oni nomas aron da ĝiaj elementoj, kontaktantaj kun ĉefa fluo de translokita fluidaĵo, komence de eniro en pumpilon kaj ĝis eliro el ĝi. Se laboraj pumpilorganoj ne plenumas mekanikan movon (ekzemple, en striflua pumpilo), oni nomas la pumpilon pumpilo-aparato.

Poste ni limigos sin, konsiderante nur pumpilojn-maŝinojn, kies laborajn organojn movas la movilo. Tiujn pumpilojn oni konsideras kiel la energetikaj malgraŭ la vico de trajtoj, karakterizaj por teknologiaj kaj transportaj maŝinoj. Laŭ labora procezo al pumpiloj similas hidraŭlikaj bremsoj, transformantaj alkondukatan al ili mekanikan energion de la movilo en la termikan.

Pumpiloj estas unu el plej disvastigitaj tipoj de maŝinoj: estas konate, ke 20% produktata en la mondo elektroenergio estas elspezata je transmisiiloj de diversaj pumpiloj.

Teorio kaj kalkulado de hidraŭlikaj maŝinoj baziĝas sur fundamentaj metodoj de fluidaĵmekaniko. Kiel, tamen, rimarkis akademiano de Rusia Akademio de la Sciencoj L.I.Sedov, "teorio kaj praktiko de fluidaĵmaŝinoj estas vasta inĝeniera scienco, riĉa je sia granda sperto, multnombraj rezultoj kaj atingoj. Kvalitaj indicoj de perfekteco de fluidaĵmaŝinoj estas ligitaj kun ilia ekonomieco, firmeco, fidindeco de regulado kaj funkciado. Solvoj, kiuj estas ĝenerale optimumaj, estas ricevitaj kiel kompromisoj, al ebleco atingi kiujn perfekteco de aerodinamikaj procezoj donas ĉefan kontribuon".

En teorio de hidraŭlikaj maŝinoj la fundamenta nocio estas potenco de fluidaĵfluo

$$N_{\text{пот}} = \rho g Q H = p Q \qquad (9.1),$$

kie $H = z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{2g}$ - ortanto kaj $p = \rho g H$ - premo de hidromaŝino. En pumpilo premo (specifa energio) pligrandiĝas, en hidraŭlika movilo - malpligrandiĝas. Volumena fluidaĵelspezo por pumpilo plej ofte nomiĝas pumptranslokaĵo. Por hidraŭlika movilo la potenco de likvaĵfluo estas la enira, pro tio efikeco estas kalkulata tialmaniere:

$$\eta \approx \frac{N_{\text{гд}}}{\rho g Q H} = \frac{N_{\text{гд}}}{pQ} \tag{9.2}$$

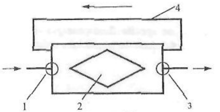
aŭ por movilo kun rotacia movo de elira elemento

$$\eta \approx \frac{M\omega}{\rho g Q H} = \frac{M\omega}{pQ} \tag{9.3}.$$

Por pumpilo la patenco de likvaĵfluo estas utila, elira. Pro tio

$$\eta \approx \frac{\rho g Q H}{N} = \frac{pQ}{N} \tag{9.4},$$

kie N estas pump-potenco (potenco, uzata de pumpilo aŭ potenco de transpumpa movilo).



Desegnaĵo 9.1
Skemo de pumpilo: 1 - alkondukilo, 2 - energikomunikilo, 3 - *forkondukilo*, 4 - *direktilo*.

Laboraj pumpilorganoj subdividiĝas je alkondukilo, energikomunikilo, direktilo kaj forkondukilo. Alkondukilo aŭ alkondukanta ilo oni nomas parton de pumpilo, laŭ kiu ĉefa likvaĵfluo venas de pumpileniro ĝis energikomunikilo. Energokomunikilo estas transmisiata de movilo, movanta parto de pumpilo-maŝino. Evidentas, ke *energikomunikilo situas en labora kamero de la pumpilo kun fendo*, laŭ kiu fluas tielnomataj fluidperdoj: ero de la likvaĵfluo, kiu ne atingas uzanton. Direktilo ni nomu parton de maŝino por organizado de la fluo, se ĝi atingas energikomunikilon pli ol unufoje aŭ se ne trafluas tra energikomunikilo la tuta. Forkondukilo nomiĝas parto de pumpilo, laŭ kiu ĉefa likvaĵfluo venas de energikomunikilo al pumpileliro. Alkondukilo, direktilo kaj forkondukilo estas partoj de pumpilkorpo.

Nature estas konstrui klasifikon de pumpiloj depende de tipo de dominantaj fortoj , influantaj je fluidaĵo en energikomunikilo. En MLG
(mekaniko de likvaĵoj kaj gasoj) oni disdividas fortojn je masaj kaj surfacaj, tamen, la lastmenciitaj povas esti kaj frotfortoj kaj premfortoj.

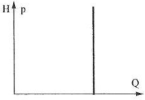
Premfortojn por fluidaĵtranslokado eblas uzi dum volumena elpremado, tamen grandeco de la forto ĉe malesto de fluidaĵperdoj ne dependas de elpremadrapideco.

Nomu ni pro tio volumena pumpilo pumpilon, en kiu sub influo de premfortoj fluidaĵo elprematas el fermita volumeno.

Ideala translokaĵo de volumena pumpilo (fluidperdoj estas nulaj, likvaĵo estas nepremebla) dependas nur de rapideco de laboraj organoj, sed nek de ecoj de la fluidaĵo, nek de karakterizo de la sistemo, por kiu la pumpilo funkcias.

Tiel, intertranslokado de laboraj organoj kaj translokaĵo estas firma kinematika ligo. Volumena pumpilo povas transdoni energion al hipoteza fluidaĵmedio kun nula denseco. Ideala karakterizo de volumena pumpilo estas prezentita sur desegnaĵo 9.2.

Pumpilon, funkciantan pro inercifortoj aŭ frotfortoj (eblas komuna agado de la du fortoj) ni nomu dinamika. En la pumpilo mankas firma kinematika ligo inter translokado de laboraj organoj kaj translokaĵo. Pumpilpremo (ŝanĝo de specifa fluidaĵenergio de pumpileniro ĝis ĝia eliro) ne dependas de denseco de translokita fluidaĵo, sed uzata potenco proporcias de ĝi.



desegnaĵo 9.2
Ideala karakterizo de volumena pumpilo.

Pumpilon, funkciantan pro masa forto, kaŭzita de likvaĵinercio, ni nomu inercia. En inercia pumpilo forto estas maldezirata aperaĵo, kiu malgrandigas efikecon de la maŝino. Inercia pumpilo povas transdoni energion al ideala, viskozsenigita likvaĵo.

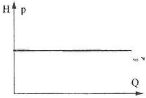
Pumpilon, en kiu likva medio translokiĝas pro fortoj de viskoza froto, ni nomu frotpumpilo. En tiu ĉi pumpilo energio povas esti transdonita al hipoteza likvaĵo kun fina viskozgrandeco, sed kun nula denseco: en la maŝino okazos pligrandigo de premo, tio estas - de specifa volumena energio. Facilas rimarki, ke por frotpumpilo povas ekzisti optimuma grandeco de likvaĵviskozeco, ĉe kiu laborefekeco de maŝino estos ekstrema.

Pli precize dirante, pumpiloj, en kiuj funkcias nur frotfortoj, ne ekzistas. Facile konstrui vicon da pumpiloj, en kiuj dominantan influon de frotfortoj poiome anstataŭas la influo de inercifortoj. Nature, frotfortoj aperas nur ĉe laminara reĝimo de likvaĵfluo. Ĉe turbulenta reĝimo de likvaĵfluo aperas ankaŭ inercifortoj, rezulte de kiu okazos interŝanĝo de movkvanto inter likvaĵkorpuskloj en najbaraj tavoloj.

Viskozeco aperas ĉe tio nur kiel primara faktoro, kaŭzanta movon aŭ bremsadon de la korpuskloj, situantaj ĉe striktaj limoj de la fluo en kazo de la pumpilo - tio estas limoj de energikomunikilo.

Tipo de dominantaj potencoj diktas konstruon de la pumpilo, pro tio ŝtata standardo 17398-72 donas iom distingantan de la suprenomita difinon de dinamika kaj volumena pumpilo, kiu baziĝas sur konstruo de maŝino. Dinamika pumpilo en ŝtata standardo 17398-72 oni nomas pumpilon, en kiu likva medio translokiĝas sub fortsinfluo al ĝi en kameron, kiu konstante interkomunikiĝas kun eniro kaj eliro de la pumpilo. En volumena pumpilo likva medio translokiĝas pere de perioda volumenŝanĝo de okupata de ĝi kamero, alterne komunikanta kun eniro kaj eliro de pumpilo.

Tiel, en dinamika pumpilo fortoj, influantaj al likvaĵo flanke de energikomunikilo, kreas konstantan likvaĵfluon. Pro tio laborajn organojn de dinamika pumpilo oni ofte nomas ĝia fluanta parto. Laŭ agadprincipo energikomunikilo de dinamika pumpilo devas esti sufiĉe rapida, kio estas facile realigebla ĉe rotacia movo, tamen usona esploristo *Sheppard* proponis dinamikan pumpilon kun revena - antaŭenpaŝa movo de energikomunikilo.

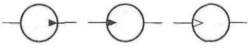


Desegnaĵo 9.3
Ideala karakterizo de dinamika pumpilo.

Unu el la plej disvastigitaj tipoj de dinamikaj pumpiloj estas la centrifuga, en kiu likva medio translokiĝas de centro de energikomunikilo - labora rado-al periferio pere de ĉirkaŭfluado de aloj. Pro tio centrifugajn pumpilojn kune kun la diagonalaj kaj la aksaj oni nomas alaj aŭ aletaj. Ala pumpilo oni nomas dinamikan pumpilon, en kiu likva medio translokiĝas pere de ĉirkaŭfluado de aloj (aletoj).

10. Bazaj scioj pri hidraŭlikaj kaj pneŭmatikaj transmisiiloj.

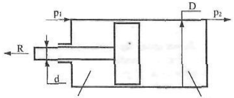
Hidraŭlikaj transmisiiloj oni nomas aron da maŝinoj en vicon de kiuj eniras unu aŭ kelkaj hidromoviloj, destinitaj por movi mekanismon kaj maŝinojn pere de labora likvaĵo sub premado. Pneŭmatika transmisiilo oni nomas aron da maŝinoj en vicon de kiuj eniras unu aŭ kelkaj pneŭmatikaj moviloj, destinitaj por movi mekanismojn kaj maŝinojn pere de labora gaso sub premado. Laŭ movtipo de elira ero de hidra aŭ pneŭmatika movilo oni distingas transmisiilojn de rotacia movo (des. 10.1), transmisiilojn de revena-antaŭenpaŝa movo (des. 10.2) kaj transmisiilojn de revena-turna movo. Depende de moviltipo hidropneŭmotransmisiiloj subdividiĝas je hidrodinamikaj kaj volumenaj (hidrostatikaj). En la lastnomitaj estas uzataj moviloj de revena-antaŭenpaŝa movo, hidrocilindroj aŭ pneŭmocilindroj.



Desegnaĵo 10.1
Rotaciaj volumenaj hidromaŝinoj.

Hidrocilindron (pneŭmocilindron) povas dum kalkulado anstataŭi loka hidraŭlika rezisto, grandeco de kiu estas trovebla el kondiĉo de piŝta ekvilibro. Ekzemple, por hidrocilindro, prezentita sur desegnaĵo 10.2, eblas skribi sekvan egalecon:

$$\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)p_1 = R + \frac{\pi}{4}D^2 p_2 \qquad (10.1)$$



Desegnaĵo 10.2
Hidrocilindro (pneŭmocilindro)

Diferenco de premoj en hidrocilindro

$$\Delta p_4 = p_1 - p_2 = \frac{4R}{\pi(D^2 - d^2)} + \frac{d^2}{D^2} p_2 \qquad (10.2)$$

Se $d << D$ aŭ $p_2 << p_1$ eblas konsideri, ke hidraŭlikaj perdoj en tiu loka rezisto ne dependos de likvaĵelspezo. Same estos ankaŭ en hidrocilindro kun duflanka ŝtoko.

En hidraŭlika reto kun cilindro ĉe kalkulado iam endas konsideri diferencon de likvaĵelspezoj en ŝtoka kaj piŝta regionoj .
Tiam, por desegnaĵo 10.2

$$Q_1 = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\upsilon_{\Pi} \qquad (10.3a)$$

kaj

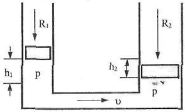
$$Q_2 = \frac{\pi}{4} D^2 \upsilon_{\Pi} \qquad (10.3b),$$

kie υ_{Π} estas rapideco de la piŝto.
Utila potenco de la movilo difiniĝas sekvamaniere

$$N = R\upsilon_{\Pi} \qquad (10.4),$$

kie R estas forto en ŝtoko.

Principon de funkciado de volumena transmisilo eblas klarigi per simpla skemo (desegnaĵo 10.3).



Desegnaĵo 10.3
Principo de funkciado de volumena hidrotransmisiilo.

Du cilindroj - maldekstra 1 kaj dekstra 2 - estas plenaj de likvaĵo kaj kunigitaj per tublinio, hidraŭlikaj perdoj en kiu estas ignoreble malgrandaj. Tiam premoj en cilindroj 1 kaj 2 konforme al la *Pascal* leĝo estos la samaj

$$p = \frac{R_1}{A_1} = \frac{R_2}{A_2} \qquad (10.5),$$

kie A_1 kaj A_2 estas areoj de cilindroj 1 kaj 2 respektive. Konsiderante praktikan nepremeblecon de la likvaĵo, eblas skribi

$$h_1 A_1 = h_2 A_2 \quad \text{aŭ} \quad \upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2 = Q \qquad (10.6).$$

Tiam kondiĉon de energitransdono eblas skribi tiamaniere

$$R_1 \upsilon_1 = pQ = R_2 \upsilon_2 \qquad (10.7),$$

kie

pQ - potenco de likvaĵfluo,

$R_1\upsilon_1$ - potenco, elspezata por translokado de la piŝto en cilindro 1,

$R_2\upsilon_2$ - potenco, komunikata al piŝto de cilindro 2.

Tielmaniere, en prikonsiderita skemo mekanika energio transformiĝas en energion de likvaĵfluo en cilindro 1 kaj poste okazas transformado de energio de likvaĵfluo en mekanikan energion de la piŝto 2 - elira sistemero.

La enhavo

La uzita literaturo

1. А. А. Шейпак. Основы механики жидкости и газа – М., 1991. 96с.
2. А. А. Шейпак и др. Сборник задач по технической термодинамике и *теплообмену*. – *М., 1997. 76 с.*
3. M. Tuma, Pri la varmo, Ĉeĥio, 1972, 215 c.